



El temps no és el que sembla

Eduard Salvador 

Institut de Ciències del Cosmos, Universitat de Barcelona

Resum: *Dono una introducció amb finalitat divulgativa dels conceptes físics de temps i espai. Recorrem breument aquests conceptes des de la idea aportada per la nostra percepció del món i el coneixement comú al qual dona lloc, que es troba a la base del punt de vista de la física clàssica del temps i l'espai, fent especial èmfasi a l'origen de la fletxa del temps. A continuació descrivim els canvis introduïts en aquests conceptes clàssics, primer per la teoria de la relativitat especial, i general i més recentment per la física quàntica encara en desenvolupament.*

Summary: *TIME IS NOT WHAT IT SEEMS. – This article presents a brief introduction to the physical concepts of time and space for non-specialized readers. Placing special emphasis on the origin of the arrow of time, it reviews these concepts in relation to the ideas arising from our perception of the world and the common wisdom it gives rise to, which is at the basis of the classical physical viewpoint of time and space. It then describes how the classical concepts have been modified, first by the theory of special and general relativity and later by current quantum physics.*

Els conceptes de temps i d'espai són inseparables i fonamentals en física. De fet, podem dir que sense ells la física no existiria. La física té com a objectiu descriure els processos naturals tot emmarcant-los en unes regles generals amb capacitat predictiva que anomenem lleis. Més concretament, la física pretén respondre a la pregunta de *com* es produeixen els canvis que copsem al nostre món, no pas *per què* es produeixen. Un primer pas per estudiar-ho consisteix en definir un sistema de quatre coordenades que permeti seguir aquests canvis, tres d'elles per a fixar la posició que ocupen els cossos dins l'espai i la quarta per a fixar l'instant en què ho fan. L'espai és doncs el contenidor en el qual situem els esdeveniments estudiats i el temps el paràmetre que permet seguir la seva variació. Si el món que ens envolta no canviés, si fos fix com en una fotografia, no hi hauria la necessitat ni tan sols de la noció de temps. Així doncs, les idees de temps i de canvi són inseparables (Heràclit, segons la traducció de B. Haxton, 2001).

El canvi més simple que podem considerar és el que es produeix en la posició espacial dels cossos que ens envolten. Hi ha també canvis en el seu estat o composició. Però l'estat i la composició dels cossos també responen essencialment a variacions en les posicions i les velocitats —és a dir, en els ritmes de canvi de les posicions— de les partícules que els constitueixen. Per tant, qualsevol canvi es redueix, en última instància a

una variació en les quatre coordenades espaciotemporals de partícules. Evidentment, si totes quatre coordenades canviessin sempre alhora, no hi hauria res que distingís les tres dimensions espacials de la dimensió temporal. Totes quatre dimensions serien intercanviables. Però les variacions que observem en el món que ens envolta ens mostren que una coordenada, la que anomenem temps, sempre canvia mentre que cada una de les tres restants, que anomenem espacials, pot fer-ho o no segons el cas. Aquesta diferència subtil està a la base de la distinció entre espai i temps.

La nostra percepció de l'espai i el temps

Tal com les percebem (fig. 1), les tres dimensions espacials són independents les unes de les altres i de la dimensió temporal. Totes elles són contínues —és a dir, que la seva variació es pot subdividir en parts tan petites com es vulgui— i homogènies —tot els seus punts es comporten de la mateixa manera—. Ara bé, mentre que les dimensions espacials són alhora isotròpiques —totes les direccions es comporten de la mateixa manera—, la dimensió temporal mostra una direcció privilegiada. Efectivament, així com pel que fa a l'espai podem decidir de moure'ns amunt o avall, a la dreta o a l'esquerra, endavant o endarrere i al ritme que vulguem, pel que fa al temps només ho fem cap al futur, no pas cap al passat.



Figura 1. Representació de les tres dimensions contínues independents de l'espai i de la dimensió independent del temps igualment contínua tal i com les percebem.

Ni tan sols podem escollir el ritme en què ho fem. Aquest ritme sembla venir-nos imposat per una força inescapable. L'origen d'aquestes dues característiques tan particulars del temps, la fletxa del temps i el ritme al qual es recorre, han intrigat els físics de totes les èpoques.

La fletxa del temps

Com dèiem, tots els canvis a la natura es poden reduir essencialment a variacions en la posició de partícules. La mecànica, la branca de la física que estudia el moviment dels cossos sotmesos a forces (o interaccions), mostra que aquestes variacions venen descrites per equacions diferencials de segon ordre reversibles temporalment. És a dir, si canviem el signe del temps la corba que descri-

uen és la mateixa, recorreguda en sentit contrari. O sigui que el moviment dels cossos individuals no distingeix el passat del futur. No hi ha cap fletxa del temps. Per què doncs tenim la sensació del pas del temps en una sentit determinat, anant del passat cap al futur, mai a l'inrevés?

La resposta a aquesta pregunta no ens la proporciona la mecànica sinó la termodinàmica. Si bé el moviment de pocs cossos no distingeix el signe en el temps, el moviment de molts cossos (o partícules) alhora sí que ho fa (fig. 2). Aquest moviment duu a un desordre creixent en les seves posicions i velocitats, si no estan ja desordenades des d'un principi. La raó d'aquesta tendència és purament estadística: és més probable de trobar les posicions i les velocitats de les partícules d'un sistema desordenades que no pas ordenades. Per tant, els sistemes tendeixen a evolucionar cap un major desordre. Per exemple, l'evolució d'un gas dins una capsca tancada a partir d'una situació inicial en què totes les molècules es troben concentrades en un petit racó és tal que de mica en mica les molècules tendeixen a moure's per tot l'espai disponible i amb l'energia mitjana de totes elles. Aquest és l'estat de màxim desordre. Si ens passessin la pel·lícula d'aquesta evolució marxa enrere, de seguit ho notaríem perquè el resultat final seria antinatural, malgrat que des d'un punt de vista merament mecànic és possible. Aquesta tendència dels sistemes de partícules tancats cap a un major desordre és coneguda en termodinàmica com l'augment d'entropia.

És doncs l'augment d'entropia dels sistemes naturals tancats el que origina la fletxa del temps (Eddington, 1928). Tot sistema natural evoluciona cap a un estat de màxima entropia. Diem que el sistema es relaxa perquè, en assolir l'estat final de

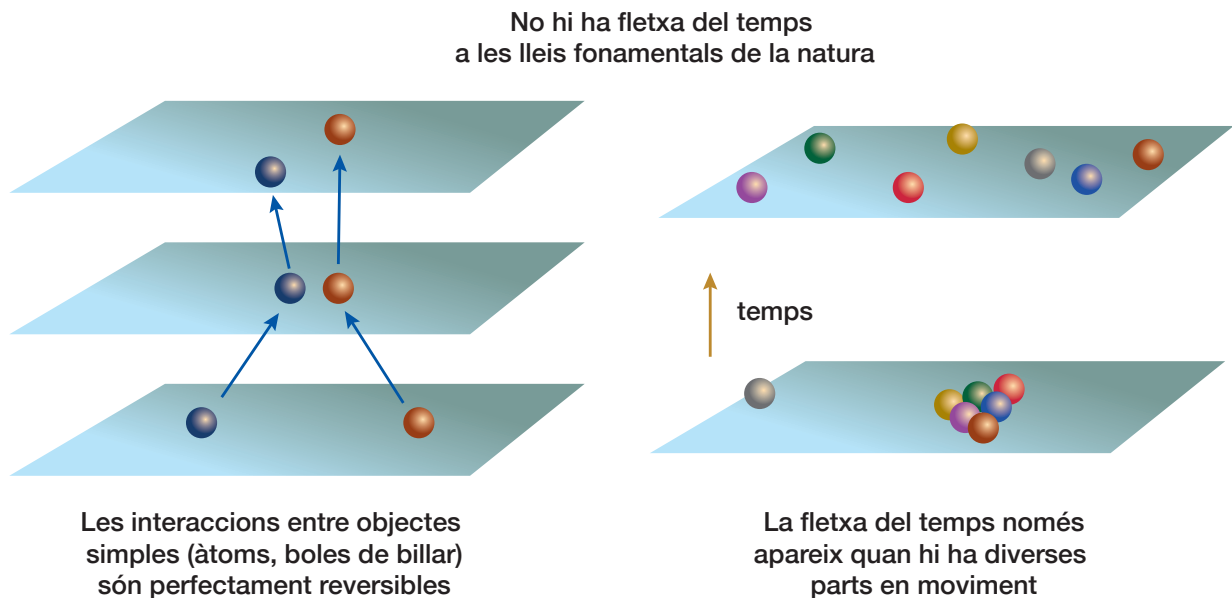


Figura 2. En física, la fletxa del temps apareix amb l'evolució de sistemes de moltes partícules i ve donat pel sentit temporal que duu el sistema cap a un desordre creixent en les posicions i velocitats de les partícules.

màxim desordre, perd automàticament el record de les condicions inicials més ordenades. Llavors el sistema deixa d'evolucionar com si per a ell deixés de córrer el temps.

El ritme del temps

I a quin ritme corre normalment el temps? La resposta és simple: al ritme que imposa l'augment d'entropia. Els éssers vius són sistemes físics que intercanvien constantment matèria i energia amb el seu entorn a través de reaccions bioquímiques complexes, la qual cosa produeix un augment continu d'entropia. Per aquest motiu, la vida comporta necessàriament un pas del temps, és a dir, l'evolució del sistema en un sentit temporal concret. Quan els éssers vius moren, el sistema tancat que els inclou tendeix ràpidament a un màxim desordre i el temps deixa d'existir per a ells. Només continua existint per a la resta de l'Univers que continua evolucionant cap a una entropia creixent (Blum, 2015).

L'ésser humà, a més de ser viu, té memòria i consciència dels canvis que percep al seu interior i sobretot al seu voltant, la gran majoria dels quals representen un augment d'entropia per a l'Univers. Això fa que tingui la sensació del pas del temps. Però el ritme al qual li sembla que passa és molt subjectiu. Prové de la seva percepció dels canvis. Entre aquests hi ha fenòmens cíclics, com ara el dia i la nit i la variació en la llum que això comporta, els quals permeten de sentir el pas del temps de forma relativament objectiva. Els canvis interns són molt més difícils de percebre per la qual cosa, de no ser pels primers, aniríem molt perduts. Seria com estar davant d'una foto fixa; ens costaria calibrar el pas del temps. Això es veu clarament en el fet que gent que ha quedat enterrada per causa d'un allau o d'un terratrèmol o aïllada en una mina perd, en gran mesura, la noció del temps transcorregut. El diferent grau de memòria o de consciència dels canvis que es produeixen a l'entorn fa que el temps també transcorri a un ritme diferent per als nens que per a la gent gran, malgrat que els processos bioquímics que tenen lloc en ambdós tipus de subjectes són molt semblants. Quan un està avorrit perquè li passen poques coses o està esperant que es produeixi un canvi desitjat, també té la sensació que el temps corre lentament.

Per tal d'estudiar els canvis al nostre entorn de la forma més objectiva possible, és a dir, per tal de poder comparar la descripció que en fan diferents observadors, els físics empren rellotges, o sigui màquines cícliques fàcilment reproduïbles en què res no sembla variar d'un cicle a un altre. Això els permet de suposar que el lapse de temps transcorregut a cada cicle és el mateix i adoptar-lo com a patró o unitat de temps. Alguns exemples de moviments cíclics utilitzats com a rellotges al llarg del temps són el moviment del Sol al voltant de la Terra, l'oscil·lació d'un pèndul de longitud do-

nada, la freqüència de la llum emesa per un àtom excitat concret, etc.

L'espai i el temps relativista

La comparació entre diferents observadors ens duu a preguntar-nos si el temps corre per a tot ells al mateix ritme. Com que percebem l'espai com homogeni, el ritme al qual transcorre el temps no pot dependre de la posició del rellotge —o de l'observador que el duu—. Però i no podria dependre de la velocitat a la qual es mou el rellotge? Aquesta possible dependència és més difícil de percebre a través dels nostres sentits. El que ens la fa rebutjar és més aviat un raonament: el principi de màxima simplicitat que sempre acompanya la teoria —la famosa navalla d'Ockham—. Com que res no feia pensar el contrari, els físics van suposar des d'un bon principi que el temps tampoc depenia de la velocitat del rellotge. Aquesta suposició és justament la que ens duu a creure que el temps i l'espai són independents l'un de l'altre.

Galileu va demostrar que, si es dóna aquesta independència, la velocitat d'un objecte relativa a un observador que es mou cap a ell és igual a la suma de les velocitats —respecte a un sistema de referència absolut— de l'objecte i de l'observador. En canvi, si ambdós s'allunyen, la velocitat relativa és igual a la diferència de les dues velocitats absolutes. Aquesta manera de sumar-se o restar-se les velocitats és coneguda com a grup de transformacions de Galileu, en honor al seu descobridor. Les velocitats semblen comportar-se efectivament d'aquesta manera. Això fa, per exemple, que quan un vehicle xoca contra un altre els danys siguin molt més grans si ambdós es movien en direccions oposades que si anaven en la mateixa direcció. Els experiments en el laboratori confirmen amb molta precisió aquesta relació entre velocitats, la qual cosa mostra que el temps no depèn, efectivament, de la velocitat de l'observador.

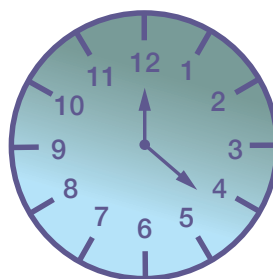
Temps i velocitat: relativitat especial

Però les velocitats normalment involucrades en els experiments de laboratori i en la nostra vida quotidiana no deixen de ser moderades si les comparem amb la velocitat de la llum. En realitat res s'oposava al fet que el grup de transformacions de Galileu pogués fallar per a velocitats prou grans. De fet, això és el que va quedar palès amb el descobriment per Maxwell de les lleis de l'electromagnetisme. En aquestes lleis la velocitat de la llum en el buit és una constant independent de les velocitats de l'emissor i del receptor. En d'altres paraules, la llum no complia la relació de Galileu entre velocitats. Einstein es va adonar que l'única explicació possible a aquest fenomen tan sorprenent era que, contràriament al que s'havia suposat fins llavors, el temps que marca un rellotge depèn de la seva velocitat (Mould, 2002).

Així doncs l'espai i el temps no són magnituds independents; estan relacionades a través de la velocitat de l'observador. Per tant hem d'abandonar la idea intuïtiva d'un espai de tres dimensions amb la mètrica plana d'Euclides i un temps independent d'una dimensió. L'espai i el temps estan lligats entre ells i formen un espai-temps amb una mètrica també plana, però de quatre dimensions anomenada mètrica de Minkowski, la qual fa que la velocitat de la llum en el buit mesurada per qualsevol observador sempre sigui igual a 300.000 km per segon. Una conseqüència sorprenent d'aquest fort lligam entre espai i temps és que el temps d'un observador s'estira o s'arronsa depenent de la seva velocitat comparada amb la velocitat de la llum. I això no és tot. L'espai en un sistema en moviment també s'estira o s'arronsa depenent de la seva velocitat relativa a l'observador.

Normalment els observadors que comparen les seves mesures de temps i d'espai es mouen a velocitats petites. Per a aquests observadors "habituals" és com si la velocitat de la llum fos infinita i l'espai i el temps no estiguessin lligats. Però en el cas d'observadors amb grans velocitats les diferències poden arribar a ser notables. Així, com més ràpid es mou un sistema relativament a la velocitat de la llum més lentament corre el seu temps i més s'encongeix el seu espai malgrat que ell no nota cap canvi. Aquest alentiment o acceleració del temps que prediu la relativitat dita *especial* d'Einstein es comprova empíricament mitjançant rellotges que durant un període s'han mogut a grans velocitats (fig. 3). Per exemple, quan un d'ells es col·loca dins d'un satèl·lit en òrbita a gran velocitat al voltant de la Terra. Quan el recuperem veiem que s'ha retardat. Una altra conseqüència encara més espectacular d'aquest canvi de paradigma en la nostra concepció de l'espai-temps és la famosa llei $E=mc^2$ descoberta per Einstein que, com tothom sap, està a l'origen de l'energia nuclear abastament utilitzada.

Rellotge estacionari



Rellotge en moviment



85% de la velocitat de la llum

Figura 3. Quan la velocitat d'un observador s'apropa a la velocitat de la llum, el seu temps s'alenteix i el seu espai s'arronsa respecte al d'un altre observador quiet. Cap d'ells nota, però cap efecte si no fa la comparació.

Així doncs les nocions d'espai i temps són relatives —i no pas absolutes com creïem— com a conseqüència del fet que depenen de la velocitat de l'observador respecte a la velocitat de la llum. Per què? No ho sabem; només sabem que la natura funciona així. Ja he avisat d'un bon principi que la física no ens diu per què passen les coses sinó com passen. Tanmateix, per tal de no defraudar el lector vull fer notar que, en el cas que l'espai i el temps haguessin estat absoluts i no relatius, tampoc en tindríem cap explicació, a part de semblar-nos més "natural". En realitat, l'espai i el temps absoluts ens semblen més naturals o intuïtius només perquè, en la nostra vida quotidiana, només experimentem amb petites velocitats.

Temps i gravetat: relativitat general

Però aquesta no ha estat l'única sorpresa que ens ha regalat Einstein. Intentant derivar una llei de la gravitació que no depengués de l'accele-

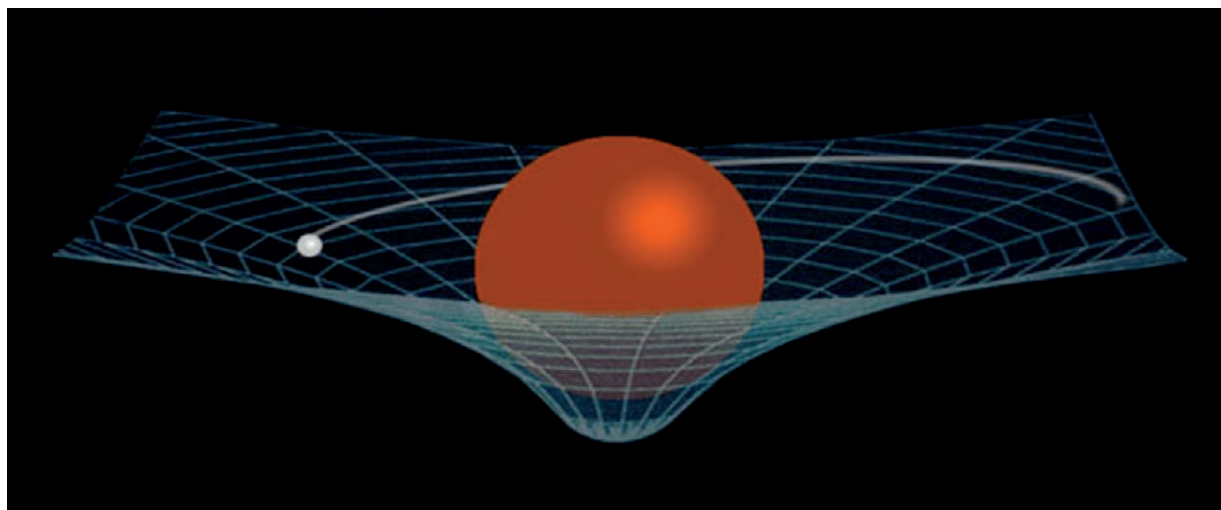


Figura 4. La gravetat causada per la presència de massa-energia corba l'espai-temps de manera que les línies geodèsiques (línies més curtes entre dos punts) que tracen les partícules al seu voltant es corben.

ració del sistema de referència com passa, amb la gravitació de Newton, Einstein també va descobrir que, contràriament al que s'havia cregut fins aquell moment, l'espai *no era homogeni*, de manera que el temps no solament depèn de la velocitat de l'observador sinó que també ho fa de la seva posició! La propietat que modifica l'homogeneïtat de l'espai, en aquesta teoria de la relativitat dita *general*, és la gravetat (Ellis i Williams, 2000) (fig. 4).

Efectivament, per a Newton, l'espai era absolut i homogeni. Si contenia gravetat, apareixia una força que corbava la trajectòria de les partícules amb massa. En canvi, per a Einstein, la gravetat no era una força afegida a l'espai i el temps sinó que n'era inherent. En presència de massa o energia que causen gravetat —recordem que en relativitat la massa i l'energia són equivalents a través de la relació $E=mc^2$ —, l'espai i el temps es corben i les partícules —amb massa o sense— segueixen línies corbes. És a dir la mètrica de l'espai i el temps deixa de ser minkowskiana. I a causa de la curvatura més o menys marcada de l'espai i el temps segons la quantitat de massa-energia que hi ha a cada lloc, l'espai deixa de ser homogeni. Com més massa-energia o gravetat hi ha a un lloc, més lentament hi corre el temps i més s'encongix l'espai (Wheeler, 1990) (fig. 5).

Així doncs, el temps que marca un rellotge —o el ritme de les reaccions bioquímiques del nostre cos— s'allarga no solament quan aquest es mou a gran velocitat sinó també quan en el lloc on hi ha el rellotge la gravetat és més intensa i una alteració similar l'experimenta l'espai. En cas de camps gravitatoris febles, la dilatació del temps i l'encongiment de l'espai són tan petits que gairebé no hi ha cap diferència. Però en el

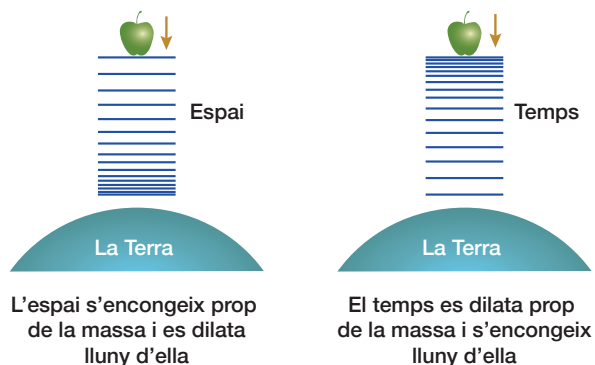


Figura 5. La curvatura de l'espai i el temps deguda a la gravetat fa que, on aquesta és més intensa, l'espai s'encongix i el temps es dilata respecte a llocs on és més feble. Evidentment l'observador situat en cada lloc no nota cap diferència si no fa la comparació.

cas de camps gravitatoris intensos, la diferència pot ser molt notable. Per exemple, prop d'un forat negre, l'espai i el temps es corben molt i el temps transcorre molt més lentament que per a un observador llunyà. De fet, a una distància del forat negre que anomenem horitzó d'esdeveniments, el temps s'allarga infinitament, motiu pel qual res no pot escapar, ni tan sols la llum, cap a l'exterior. D'altra banda, dins de l'horitzó d'esdeveniments, anar cap al centre és anar cap al futur i viceversa. D'aquí que, a la famosa pel·lícula de ciència ficció —i no tant de ficció— que porta per nom *Interstellar* (Thorne, 2014), quan l'astronauta després d'haver penetrat dins de l'horitzó d'esdeveniments del forat negre anomenat Gargantua (fig. 6) es mou cap a dins o cap en fora, avança o retrocedeix en el temps de la seva filla a l'exterior.



Figura 6. Imatge de Gargantua, el forat negre de la pel·lícula *Interstellar*. Prop d'ell el temps es dilata, la qual cosa només es nota per comparació amb el que passa lluny. Al seu interior, l'espai i el temps apareixen com invertits i discretitzats.

L'espai i el temps quàntic

Però la física dels forats negres encara ens guarda més sorpreses. Quan cau matèria dins un forat negre i desapareix per sempre de l'Univers, la massa, l'energia i el moment angular del forat negre augmenten de manera que aquestes quantitats es conserven com sempre. Tanmateix, altres quantitats que apareixen a la física quàntica —els nombres quàntics— que també es conserven en tota interacció deixen de fer-ho quan hi ha matèria que cau dins un forat negre. Aquest és el cas, per exemple, del nombre de barions (protons, neutrons, etc.) o de leptons (electrons, neutrins, etc.). Com que els forats negres no tenen cap propietat que indiqui quants barions o leptons ha atrapat, quan cau matèria al seu interior, aquesta informació es perd, com si aquestes quantitats no es conservessin. Hi ha doncs com una inconsistència entre la física quàntica i la gravitació que es manifesta en els forats negres.

Aquest problema que tant preocupa els físics en l'actualitat mostra que la gravitació i per tant l'espai i el temps estan íntimament relacionats amb la física quàntica, de manera que no podem acabar d'entendre l'una sense entendre l'altra. Aquesta idea està també magistralment recollida a *Interstellar*. No oblidem que el conseller científic d'aquesta pel·lícula, el professor Kip Thorne, ha rebut juntament amb dos altres científics el premi Nobel de física d'enguany pel seus treballs en relativitat general que han dut a la detecció de les ones gravitatòries.

Així doncs sembla que la física quàntica també hi té alguna cosa a dir sobre l'estructura de l'espai i el temps. Tot el que hem anat explicant fins ara respon a la visió "clàssica" de la física, inspirada en la nostra percepció del món macroscòpic. Certament l'espai i el temps de la relativitat s'aparta una mica de la imatge que en dona la nostra percepció. Ni el temps és independent de l'espai, ni ambdues magnituds són homogènies. Però això es deu únicament al fet que, en la nostra vida quotidiana, no experimentem ni velocitats prou grans ni camps gravitacionals prou intensos. Tanmateix, res no fa dubtar de la propietat bàsica de l'espai i el temps: que es tracta d'una estructura contínua. Només faltaria! pensareu. Doncs, com veurem a continuació fins i tot aquesta propietat bàsica trontolla en la visió "quàntica" de la física.

La nostra percepció de la realitat que ens envolta distingeix entre partícules i ones. En les primeres les magnituds físiques, com ara la massa, l'energia o el moment angular, que les caracteritzen adopten valors discrets. En canvi en les ones, com ara la llum, són contínues la qual cosa fa que produeixin fenòmens com la difracció o les bandes d'interferències impossibles d'aconseguir amb les partícules. Tanmateix, l'anomenat efecte fotoelèctric de la llum descobert per Planck va dur a

Einstein a haver d'admetre que la llum també està quantificada, és a dir, formada per petits "quanta" d'energia, els fotons, que es comporten com a partícules. El descobriment dels fotons va obrir tot un nou camp de la física, la física quàntica, que ha permès d'endinsar-nos en el món absolutament sorprenent del microcosmos (Liboff, 1980; McEvoy i Zarate, 2004).

Efectivament, en el microcosmos tot es comporta com la llum. Segons com sembla una ona contínua i segons com sembla un conjunt de partícules discretes. El microcosmos es caracteritza, a més, per la famosa incertesa d'Heisenberg. Les diferents magnituds físiques s'agrupen per parelles tals que, dins de cada parella, els valors que adopten no es poden determinar simultàniament amb total precisió. Per exemple, si mesurem la velocitat d'una partícula amb precisió, aleshores la seva posició és incerta, i a l'inrevés. O si determinem l'energia d'una partícula amb precisió, no podem determinar amb certesa el moment en què pren aquell valor. És aquesta incertesa la que està a l'origen de la dualitat ona-partícula. Aquests comportaments aparentment "antinaturals" del microcosmos s'escapen de la nostra lògica adaptada a la percepció del món macroscòpic. Tanmateix, els càlculs detallats que fem en física quàntica es comproven de forma extremadament acurada en el laboratori (o accelerador de partícules).

La física quàntica és per aquest fet extraordinàriament exitosa. Gràcies a ella podem descriure tres de les quatre interaccions naturals conegudes a partir de les propietats de les seves partícules portadores. Aquestes interaccions són: la força electromagnètica, la nuclear dèbil i la nuclear forta. El fotó és la partícula portadora de la primera i altres partícules que no venen al cas són les portadores de les altres dues interaccions. L'única interacció que no sabem descriure de forma quàntica és justament la gravitació. En principi també hauria d'existir una partícula portadora d'aquesta interacció, el gravitó, però encara no s'ha detectat ni coneixem les seves propietats.

La relativitat general ens diu que l'espai i el temps ve determinat per la gravitació. Per tant, tractar de forma quàntica la gravitació hauria de comportar la quantització de l'espai i el temps! Així doncs, sembla que, contràriament al que s'ha cregut sempre, l'espai i el temps no és pas una estructura contínua, només ens ho sembla perquè la contemplem macroscòpicament, si més no fora d'un forat negre. Per això dins de Gargantua, l'espai i el temps apareixen no solament invertits sinó també discretitzats en tant que la gravitació i la quàntica hi estan íntimament relacionades.

En el Big Bang, a l'inici de l'Univers, l'espai i el temps deurien estar quantitzats. És més, com encara no hi havia partícules que poguessin interaccionar, la fletxa del temps no podia existir i les

tres dimensions de l'espai i el temps havien de ser intercanviables. Això explicaria per què no podem remuntar-nos en el temps més enllà de la singularitat inicial: retrocedir encara més en el temps seria com anar amunt o avall, a la dreta o a l'esquerra, endavant o endarrere. Només quan van aparèixer les primeres partícules deuria començar la fletxa del temps.

Ara mateix, tot això només són suposicions. L'estructura quàntica de l'espai i la seva relació amb l'expansió de l'Univers encara estan per aclarir. El que sí és segur és que, quan comprenquem el comportament quàntic de la gravitació, veurem com els conceptes d'espai i de temps en el microcosmos són molt diferents dels que suggereix la nostra percepció. Probablement escapin fins i tot a la nostra lògica com passa en molts altres aspectes de la física quàntica. Tanmateix, sabrem com funcionen realment i que va succeir en el Big Bang.

Bibliografia

- Blum, H.F. 2015. *Time's arrow and evolution*. Princeton University Press.
- Eddington, A. 1928. *The nature of the physical world*. Dent, London.
- Ellis, G.F.R. i Williams, R.M. 2000. *Flat and curved spacetimes*. Oxford University Press.
- Heràclit. 2001. *Fragments: The collected wisdom of Heraclitus*. Haxton, B. (traducció). Viking, The Penguin Group, New York. ISBN 0-670-89195-9
- Liboff, R. 1980. *Introductory quantum mechanics*. Addison-Wesley, Reading. ISBN 978-0805387148
- McEvoy, J.P. i Zarate, O. 2004. *Introducing quantum theory*. Totem Books. ISBN 1-84046-577-8.
- Mould, R.A. 2002. *Basic relativity*. Springer-Verlag. ISBN 0-387-95210-1
- Thorne, K. 2014. *The science of interstellar*. W. W. Norton & Company, ISBN 978-0393351378
- Wheeler, J.A. 1990. *A journey into gravity and spacetime*. Scientific American Library. W. H. Freeman, San Francisco. ISBN 0-7167-6034-7